

KARTA PRZEDMIOTU**I. Dane podstawowe**

Nazwa przedmiotu	Rachunek prawdopodobieństwa
Nazwa przedmiotu w języku angielskim	Probability theory
Kierunek studiów	Matematyka
Poziom studiów (I, II, jednolite magisterskie)	I stopnia
Forma studiów (stacjonarne, niestacjonarne)	stacjonarne
Dyscyplina	Matematyka
Język wykładowy	polski

Koordynator przedmiotu	dr hab. August Zapała
------------------------	-----------------------

Forma zajęć (<i>katalog zamknięty ze słownika</i>)	Liczba godzin	semestr	Punkty ECTS
wykład	60	5	8
konwersatorium			
ćwiczenia	30	5	
laboratorium			
warsztaty			
seminarium			
proseminarium			
lektorat			
praktyki			
zajęcia terenowe			
pracownia dyplomowa			
translatorium			
wizyta studyjna			

Wymagania wstępne	Wstęp do matematyki, Wstęp do rachunku różniczkowego i całkowego, Analiza matematyczna I i II (ciągi i szeregi liczbowe, rachunek różniczkowy i całkowy funkcji jednej zmiennej i wielu zmiennych) Topologia przestrzeni metrycznych (podstawy teorii mnogości, własności zwartych przestrzeni metrycznych)
-------------------	---

II. Cele kształcenia dla przedmiotu

Poznanie metod matematycznego opisu zjawisk losowych
Nauczenie studentów obliczania prawdopodobieństw zdarzeń losowych, wyznaczania rozkładów zmiennych losowych i znajdowania parametrów liczbowych rozkładów prawdopodobieństwa
Poznanie różnych rodzajów zbieżności ciągów zmiennych losowych
Poznanie metody funkcji charakterystycznych (transformacji Fouriera)
Poznanie najważniejszych twierdzeń granicznych rachunku prawdopodobieństwa

III. Efekty uczenia się dla przedmiotu wraz z odniesieniem do efektów kierunkowych

Symbol	Opis efektu przedmiotowego	Odniesienie do efektu kierunkowego
WIEDZA		
W_01	Studenci poznają różne definicje prawdopodobieństwa, pojęcia zmiennej losowej, rozkładu prawdopodobieństwa, dystrybuanty i funkcji gęstości	K_W03, K_W01
W_02	Studenci znają najważniejsze dyskretne i ciągłe rozkłady prawdopodobieństwa	K_W03, K_W05
W_03	Studenci znają podstawowe funkcje charakterystyczne (transformaty Fouriera) i wzory na odwrócenie	K_W04, K_W02, K_W05
W_04	Studenci znają najważniejsze twierdzenia graniczne rachunku prawdopodobieństwa	K_W04, K_W02, K_W05
UMIĘJĘTNOŚCI		
U_01	Studenci potrafią budować i analizować modele różnych zjawisk losowych przy pomocy odpowiednich przestrzeni probabilistycznych oraz obliczać prawdopodobieństwa zdarzeń losowych	K_U01, K_U02, K_U04, K_U05, K_U06, K_U29, K_U30
U_02	Studenci potrafią stosować wzór na prawdopodobieństwo całkowite i wzór Bayesa	K_U03, K_U32
U_03	Studenci umieją podać różne przykłady dyskretnych i ciągłych rozkładów prawdopodobieństwa oraz znają praktyczne zastosowania tych rozkładów	K_U29, K_U31
U_04	Studenci potrafią wyznaczać parametry rozkładów dyskretnych i ciągłych zmiennych losowych, znajdować równania linii regresji, obliczać funkcje charakterystyczne, oraz stosować twierdzenia graniczne i prawa wielkich liczb do estymacji prawdopodobieństwa	K_U33, K_U35
KOMPETENCJE SPOŁECZNE		
K_01	Studenci precyzyjnie formułują zagadnienia w celu pogłębionego zrozumienia problemów i uzupełnienia brakujących elementów rozumowania	K_K01, K_K05

IV. Opis przedmiotu/ treści programowe

Przestrzeń zdarzeń elementarnych i zdarzenia losowe, ciała oraz σ -ciała zbiorów. Definicja klasyczna, statystyczna i geometryczna prawdopodobieństwa, przykłady zastosowań.

Aksjomatyczna definicja prawdopodobieństwa, prawdopodobieństwo skończenie addytywne i aksjomat ciągłości. Niezależność zdarzeń, ciał i σ -ciał zdarzeń losowych.

Prawdopodobieństwo warunkowe, wzór na prawdopodobieństwo całkowite i wzór Bayesa.

Twierdzenie o aproksymacji i jego zastosowania.

Przestrzenie probabilistyczne o skończonej i przeliczalnej ilości zdarzeń elementarnych.

Dystrybuanta jednowymiarowa i wielowymiarowa. Konstrukcja miary probabilistycznej w przestrzeni euklidesowej 1-wymiarowej i k-wymiarowej.

Zmienna losowa, rozkład prawdopodobieństwa i dystrybuanta zmiennej losowej. Rozkłady typu skokowego i ciągłego, gęstość prawdopodobieństwa. Informacje na temat twierdzenia Jordana i twierdzenia Lebesgue'a-Radona-Nikodyma o rozkładzie dystrybuanty.

Wektory losowe. Rozkłady, dystrybuanty, funkcje gęstości i funkcje skoków prawdopodobieństwa wektorów losowych, przykłady zastosowań.

Rozkłady brzegowe wektorów losowych typu skokowego i ciągłego. Niezależność zmiennych

losowych, kryteria niezależności dla zmiennych losowych typu skokowego i ciągłego. Charakterystyki liczbowe zmiennych losowych i wektorów losowych. Wartość oczekiwana, wariancja, odchylenie standardowe i ich własności. Momenty zwykłe i momenty centralne. Kowariancja i współczynnik korelacji, własności współczynnika korelacji. Proste regresji.

Różne rodzaje zbieżności zmiennych losowych (według rozkładu, według prawdopodobieństwa, prawie pewnie i według średniej). Kryterium zbieżności prawie pewnej. Nierówności Markowa i Czebyszewa oraz ich niektóre zastosowania. Zależności między różnymi rodzajami zbieżności ciągów zmiennych losowych.

Zmienne losowe zespolone. Nierówności całkowe dla zmiennych losowych zespolonych. Funkcje charakterystyczne. Podstawowe własności funkcji charakterystycznych. Twierdzenie Lévy'ego (wzór na odwrócenie). Wyznaczanie gęstości i funkcji skoków prawdopodobieństwa przy pomocy funkcji charakterystycznych.

Lematy Helly'ego i twierdzenie Helly'ego-Braya. Twierdzenie Lévy'ego-Cramera (o ciągłości). Stałe prawo wielkich liczb. Twierdzenia Chinczyzna, Czebyszewa i Markowa.

Twierdzenie o zbieżności niemal jednostajnej ciągu funkcji charakterystycznych. Nierówności dla uciętych zmiennych losowych. Mediana i nierówność symetryzacyjna Lévy'ego. Klasyczne kryterium zbieżności do stałej.

Centralne twierdzenie graniczne. Twierdzenie Lindeberga-Fellera dla układów trójkątnych zmiennych losowych. Twierdzenie Lindeberga-Fellera dla ciągów zmiennych losowych. Twierdzenia Lindeberga-Lévy'ego i Lapunowa.

Prawo zera i jedności Borela, oraz lemat Borela-Cantelliego. Nierówność Kołmogorowa. Mocne prawo wielkich liczb. Kryterium Kołmogorowa. Mocne prawo wielkich liczb Kołmogorowa.

V. Metody realizacji i weryfikacji efektów uczenia się

Symbol efektu	Metody dydaktyczne (lista wyboru)	Metody weryfikacji (lista wyboru)	Sposoby dokumentacji (lista wyboru)
WIEDZA			
W_01	Wykład konwencjonalny	Sprawdzian pisemny oraz Egzamin	Oceniony tekst pracy pisemnej
W_02	Wykład konwencjonalny	Sprawdzian pisemny oraz Egzamin	Oceniony tekst pracy pisemnej
W_03	Wykład konwencjonalny	Sprawdzian pisemny oraz Egzamin	Oceniony tekst pracy pisemnej
W_04	Wykład konwencjonalny	Sprawdzian pisemny oraz Egzamin	Oceniony tekst pracy pisemnej
UMIĘTNOŚCI			
U_01	Ćwiczenia laboratoryjne	Test lub Sprawdzian pisemny	Oceniony tekst pracy pisemnej
U_02	Ćwiczenia laboratoryjne	Test lub Sprawdzian pisemny	Oceniony tekst pracy pisemnej
U_....	Ćwiczenia laboratoryjne	Test lub Sprawdzian pisemny	Oceniony tekst pracy pisemnej
KOMPETENCJE SPOŁECZNE			
K_01	Metoda problemowa	Test lub Sprawdzian pisemny	Oceniony tekst pracy pisemnej

VI. Kryteria oceny, wagi.

W ramach ćwiczeń 2 kolokwia pisemne (po 5 zadań na każdym kolokwium, w tym zadania z problemami do rozwiązania i pytania teoretyczne, każde zadanie punktowane w skali 0-10 pkt. w sumie 100 pkt.), kolokwium poprawkowe

W celu uzyskania zaliczenia ćwiczeń należy zaliczyć jedno z 2 kolokwiów, uzyskując minimum 50% pkt., lub kolokwium poprawkowe

Egzamin pisemny składa się z dwóch części: części praktycznej (60%) – polegającej na weryfikacji umiejętności zastosowania w praktyce wiedzy zdobytej na wykładzie i ćwiczeniach, oraz części teoretycznej (40%) – sprawdzającej wiedzę teoretyczną zdobytą na wykładzie.

Szczegółowe kryteria są podawane studentom z każdą edycją przedmiotu.

VII. Obciążenie pracą studenta

Forma aktywności studenta	Liczba godzin
Liczba godzin kontaktowych z nauczycielem	90
Liczba godzin indywidualnej pracy studenta	90

VIII. Literatura

Literatura podstawowa
A. Borowkow, Rachunek prawdopodobieństwa, PWN 1977
J. Jakubowski, R. Sztencel, Wstęp do teorii prawdopodobieństwa, Script 2002
P. Billingsley, Prawdopodobieństwo i miara, PWN 1987
W. Feller, Wstęp do rachunku prawdopodobieństwa, t. I–II, PWN 1969
M. Fisz, Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka matematyczna, PWN 1967
A. Borovkov, Probability Theory, Springer-Verlag, London 2013
M. Loève, Probability Theory, Van Nostrand 1960
Literatura uzupełniająca
W. Kryszicki i in. Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka matematyczna w zadaniach, t. I-II, PWN 1997